

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

X
**CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"**



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

**ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015**

Profil filologie / științe sociale

**BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
CLASA A IX-A**

1. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx + m^2$, $m \in \mathbb{R}$, fixat.

a) Demonstrați că $f(x) \geq \frac{3m^2}{4}$, $(\forall) x \in \mathbb{R}$.

b) Determinați valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care vârful corespunzător parabolei asociate acestei funcții are coordonate egale.

Soluție:

a) $f(x) \geq \frac{3m^2}{4} \Leftrightarrow x^2 + mx + \frac{m^2}{4} \geq 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 \geq 0$, adevărat $(\forall) x \in \mathbb{R}$ 3p

b) Vârful parabolei asociate este $V\left(-\frac{m}{2}, \frac{3m^2}{4}\right)$ 2p

Din $-\frac{m}{2} = \frac{3m^2}{4} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 0 \\ m_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}$ 2p

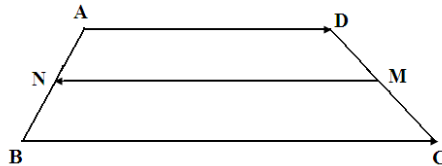
2. În trapezul $ABCD$ ($AD \parallel BC$), fie M mijlocul segmentului $[CD]$ și N mijlocul segmentului $[AB]$.

a) Demonstrați că $\overline{MN} = -\frac{1}{2} \cdot (\overline{AD} + \overline{BC})$.

b) Deduceți că $(MN) \parallel (BC)$.

c) Demonstrați că $MN = \frac{1}{2} \cdot (AD + BC)$.

Soluție:



a) $\overline{MN} = \overline{MD} + \overline{DA} + \overline{AN} = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} + \overline{DA} + \frac{1}{2} \cdot \overline{AB}$ 1p

$\overline{MN} = \overline{MC} + \overline{CB} + \overline{BN} = -\frac{1}{2} \cdot \overline{CD} + \overline{CB} - \frac{1}{2} \cdot \overline{AB}$ 1p

Adunând, membru cu membru, egalitățile de mai sus obținem: $2 \cdot \overline{MN} = \overline{DA} + \overline{CB} \Rightarrow$

$\overline{MN} = -\frac{1}{2} \cdot (\overline{AD} + \overline{BC})$ 2p

b) $AD \parallel BC \Rightarrow (\exists)t > 0$ astfel încât $\overline{AD} = t \cdot \overline{BC}$ 1p

$\overline{MN} = -\frac{t+1}{2} \cdot \overline{BC} \Rightarrow \overline{MN}$ și \overline{BC} , paraleli $\Rightarrow (MN) \parallel (BC)$ 1p

c) $|\overline{MN}| = \left| -\frac{t+1}{2} \cdot \overline{BC} \right| = \frac{t+1}{2} \cdot |\overline{BC}| = \frac{t \cdot BC + BC}{2} = \frac{AD + BC}{2}$ 1p

3. Un turist se deplasează pe un aeroport utilizând o bandă rulantă de 300 metri lungime care are viteza de mișcare $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Notăm cu A , respectiv B extremitățile benzii rulante. (A , extremitatea inițială și B extremitate finală). Turistul vrea să stabilească următoarea performanță: să parcurgă traseul de la A la B și înapoi la B , fără oprire, cu o viteză constantă. Știind că acest drum este parcurs în 10 minute și 48 de secunde, să se determine viteza turistului.

Soluție:

Fie v , viteza în $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a turistului.

Lungimea benzii este de $L = 0,3$ km.

De la A la B , turistul are viteza $v_A = v + 4$ 1p

Timpul necesar parcurgerii distanței $[AB]$ este $t_1 = \frac{0,3}{v+4}$ 1p

De la B la A , turistul are viteza $v_B = v - 4$ 1p

Timpul necesar parcurgerii distanței $[BA]$ este $t_2 = \frac{0,3}{v-4}$ 1p

Timpul total necesar parcurgerii distanței $A \rightarrow B \rightarrow A$ este $t = 10$ minute și 48 secunde = $\frac{10}{60}$ ore + $\frac{48}{3600}$ ore = 0,18h 1p

$t_1 + t_2 = 0,18 \Rightarrow \frac{0,3}{v+4} + \frac{0,3}{v-4} = 0,18 \Rightarrow 3v^2 - 10v - 48 = 0 \Rightarrow v_1 = -\frac{8}{3}$ (nu convine);

$v_2 = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (viteza turistului) 2p

4. O firmă dorește să-și dubleze în doi ani producția pentru un anumit produs. Cu câte procente trebuie să crească producția în fiecare an pentru a atinge acest obiectiv ? ($\sqrt{2} \approx 1,4142$).

Soluție:

Fie P , producția anuală obținută de firmă până în momentul primei creșteri de $t\%$ 1p

La sfârșitul primului an producția obținută este $\left(1 + \frac{t}{100}\right) \cdot P$ 1p

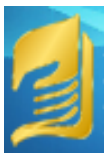
La sfârșitul anului al doilea producția obținută este $\left(1 + \frac{t}{100}\right)^2 \cdot P$ 1p

Din enunț rezultă că $\left(1 + \frac{t}{100}\right)^2 \cdot P = 2P$ 1p

$\left(1 + \frac{t}{100}\right)^2 = 2 \Rightarrow 1 + \frac{t}{100} = \pm\sqrt{2} \Rightarrow t = 100 \cdot (-1 \pm \sqrt{2}) \Rightarrow t_1 = -241,42$ (nu convine),

$t_2 = 41,42$ (soluție) 2p

Așadar în fiecare an producția trebuie să crească cu 41,42% 1p



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015

Profil filologie / științe sociale



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE CLASA A X-A

1. Să se determine funcția $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$, astfel încât:

a) $f(1) = 2015$;

b) $f(m+n) = f(n) \cdot f(m), (\forall) n, m \in \mathbb{N}^*$

Soluție:

Din b), pentru $m = 1$, avem $f(n+1) = 2015 \cdot f(n), (\forall) n \in \mathbb{N}^*$ 2p

$f(1) = 2015 \Rightarrow f(2) = 2015 \cdot f(1) = 2015^2$ 1p

Presupunem că $f(n) = 2015^n$ 1p

Din $f(n+1) = 2015 \cdot f(n) \Rightarrow f(n+1) = 2015^{n+1}$ 2p

Conform inducției matematice rezultă că $f(n) = 2015^n, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$ 1p

2. Se dă funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_{15-x}(x+5)$.

a) Aflați domeniul maxim de definiție al funcției f .

b) Rezolvați ecuația $f(x) = 2$.

c) Calculați aria triunghiului format de origine și punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate.

Soluție:

a) Condițiile de existență: $\begin{cases} 15-x > 0 \\ 15-x \neq 1 \\ x+5 > 0 \end{cases}$ 1p

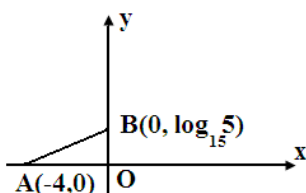
Obține $x \in (-5, 15) \setminus \{14\} \Rightarrow D = (-5, 15) \setminus \{14\}$ 1p

b) $f(x) = 2 \Rightarrow \log_{15-x}(x+5) = 2 \Rightarrow x+5 = (15-x)^2$ 1p

Rezultă că $x^2 - 31x + 220 = 0 \Rightarrow x_1 = 20 \notin D$ (nu convine) și $x_2 = 11 \in D$ (soluție) 1p

c) $G_f \cap (Ox) \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x+5 = 1 \Rightarrow x = -4 \in D \Rightarrow A(-4, 0)$ 1p

$G_f \cap (Oy) \Rightarrow f(0) = \log_{15} 5 > 0 \Rightarrow B(0, \log_{15} 5)$ 1p



$S_{\Delta AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = 2 \log_{15} 5$ 1p

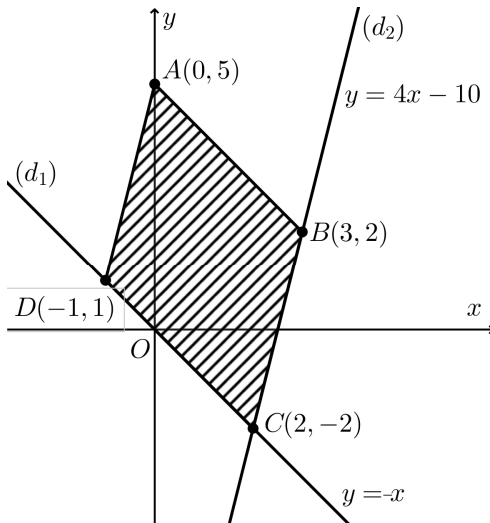
3. Se consideră dreptele: $(d_1): x + y = 0$, $(d_2): y = 4x - 10$ și punctul $A(0,5)$. Calculați perimetrul și aria paralelogramului care are un vârf în punctul A , iar (d_1) și (d_2) sunt drepte suport pentru două dintre laturile paralelogramului.

Soluție:

$A(0,5) \notin (d_1)$ și $A(0,5) \notin (d_2) \Rightarrow (d_1) \cap (d_2) = \{C\}$, unde C este vârful opus vârfului A 1p

$$(d_1) \cap (d_2) \Rightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ y = 4x - 10 \end{cases} \Rightarrow C(2, -2) \dots\dots\dots 1p$$

Figură corectă 1p



$$(AB) \parallel (d_1) \Rightarrow (AB): x + y = 5,$$

$$(AB) \cap (d_2) \Rightarrow B(3, 2) \dots\dots\dots 1p$$

$$(AD) \parallel (d_2) \Rightarrow (AD): y = 4x + 5$$

$$(AD) \cap (d_1) \Rightarrow D(-1, 1) \dots\dots\dots 1p$$

$$AB = 3\sqrt{2}; AD = \sqrt{17} \Rightarrow$$

$$P = 2 \cdot AB + 2 \cdot AD = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{17} \dots\dots\dots 1p$$

$$h_A = d(A, (d_1)) = \frac{5}{\sqrt{2}}.$$

$$A_p = AB \cdot h_A = 15 \dots\dots\dots 1p$$

4. Pentru buna desfășurare a olimpiadei de matematică aplicată au fost alocate 7 cabinete și 7 chei distincte, fără a se preciza cheia corespunzătoare pentru nici unul dintre cabinete. Care este numărul maxim de încercări ce trebuie făcute pentru a stabili care cheie corespunde fiecărui cabinet ?

Soluție:

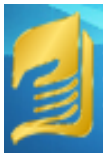
Pentru primul cabinet se încearcă cel mult 6 chei (dacă primele 6 chei nu corespund, a șaptea este cea bună și se lasă în yală) 2p

Pentru al doilea cabinet se încearcă cel mult 5 chei, pentru al treilea cabinet cel mult 4 chei, etc.

..... 2p

Pentru al șaselea cabinet se încearcă cel mult o cheie din cele 2 rămase, iar pentru al șaptelea cabinet este cheia rămasă (deci nici o încercare) 2p

Numărul maxim de încercări este $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ 1p



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil filologie / științe sociale

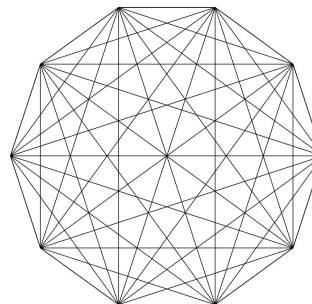
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE CLASA A XI-A

1. Zece prieteni au de realizat un proiect. Pentru a stabili telefonic detaliile proiectului, fiecare trebuie să comunice, obligatoriu, cu fiecare din grup, o dată și numai o dată. Câte convorbiri telefonice au loc?

Soluție:

Construim graful asociat problemei.
Se observă că este un graf complet cu 10 noduri,
iar fiecare convorbire reprezintă o muchie a grafului.

..... 2 p



Așadar, vor fi tot atâtea convorbiri, câte muchii are graful complet cu 10 noduri
($9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 3 + 2 + 1$), deci 45..... 5 p

2. La un PetShop sunt 20 de pisici cu ochii albaștri sau verzi și cu blana cu firul scurt sau lung. Se știe că 30% dintre pisici nu au ochii albaștri, iar 60% dintre pisici au blana cu firul scurt. Dintre pisicile cu părul scurt, 50% au ochii albaștri.

- a) Există pisici cu ochii verzi și blana cu firul scurt?
b) Aflați câte pisici au ochii albaștri și blana cu firul lung.

Soluție:

30% din 20 = 6 pisici au ochii verzi..... 1 p
 $20 - 6 = 14$ pisici au ochii albaștri..... 1 p
 60% din 20 = 12 pisici au blana cu firul scurt..... 1 p
 50% din 12 = 6 pisici au ochii albaștri și blana cu firul scurt..... 1 p
 $12 - 6 = 6$ pisici au ochii verzi și blana cu firul scurt..... 1 p
 $6 - 6 = 0$ pisici au ochii verzi și blana cu firul lung 1 p
 $14 - 6 = 8$ pisici au ochii albaștri și blana cu firul lung..... 1 p

3. Fie seria statistică:

Vârsta x	$7 \leq x < 14$	$14 \leq x < 24$	$24 \leq x < 34$	$34 \leq x < 44$	$44 \leq x < 54$	$54 \leq x < 80$
Efective	5	17	21	20	17	20
Frecvențe cumulate crescător						

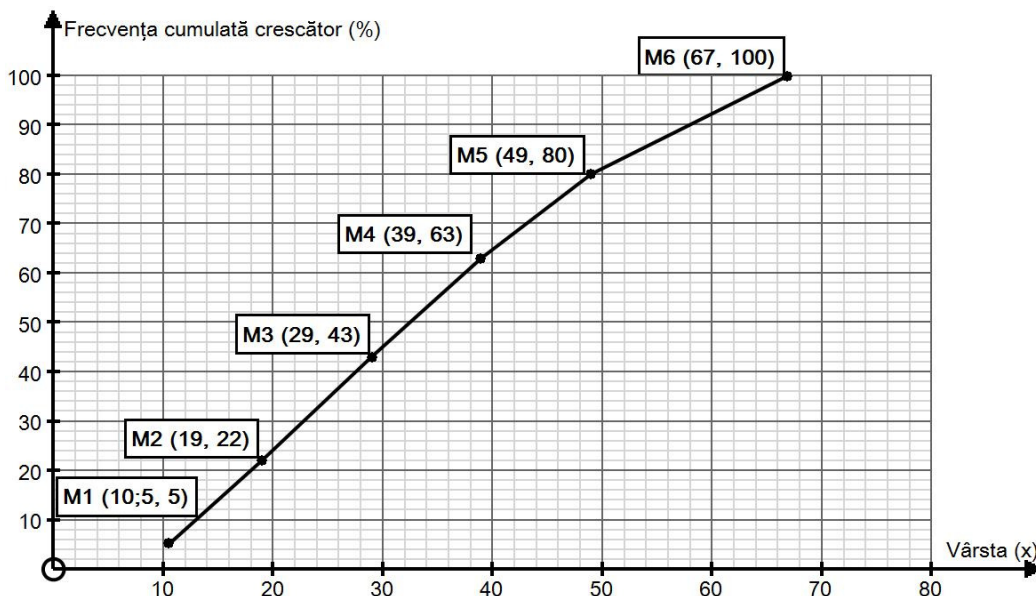
- a) Completați, în procente, tabelul la rubrica frecvențe cumulate crescător.
 b) Construiți poligonul frecvențelor cumulate crescător, care are vârfurile M_1, M_2, \dots, M_6 , unde abscisa reprezintă vârsta, iar ordonata reprezintă frecvența cumulată crescător.
 c) Stabiliți clasa mediană și calculați mediana seriei.

Soluție:

a) 1 p

Vârsta x	$7 \leq x < 14$	$14 \leq x < 24$	$24 \leq x < 34$	$34 \leq x < 44$	$44 \leq x < 54$	$54 \leq x < 80$
Efective	5	17	21	20	17	20
Frecvențe cumulate crescător	5%	22%	43%	63%	80%	100%

- b) Seria statistică având caracteristica de tip continuu (vârsta), punctele $M_i (i = \overline{1,6})$ vor avea drept abscisă media clasei corespunzătoare, iar drept ordonată frecvența absolută cumulată crescător 1p
 Obținem $M_1 (10; 5); M_2 (19; 22); M_3 (29; 43); M_4 (39; 63); M_5 (49; 80); M_6 (67; 100)$ 1p



..... 1p

- c) Clasa mediană este $[34,44)$, 1p

Mediana cu variabila cantitativă de tip continuu este $M_e = L + \frac{C_M - N_{i-1}}{n_i} \cdot k$, unde L este limita

inferioară a clasei mediane; C_M este cota medianei, $C_M = \begin{cases} \frac{N}{2}, & \text{dacă } N \text{ este par} \\ \frac{N+1}{2}, & \text{dacă } N \text{ este impar} \end{cases}$; N_{i-1} este

frecvența absolută cumulată crescător până la clasa mediană, n_i este frecvența absolută corespunzătoare clasei mediane, iar k este amplitudinea clasei mediane ($x_{i+1} - x_i$) 1p

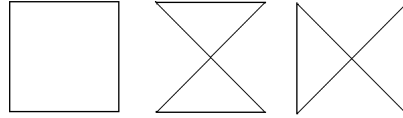
$N = 100; C_M = \frac{N}{2} = 50; M_e = 34 + \frac{50 - 43}{20} \cdot 10 = 37,5$ 1p

4. Fie K_n un graf complet neorientat (orice două noduri sunt unite printr-o muchie) cu n noduri.
- Pentru $n=4$ construieți (**separat**) imaginea pentru fiecare circuit hamiltonian (drum care trece prin fiecare nod al grafului o singură dată, cu excepția extremităților care coincid) din K_4 .
 - Calculați câte circuite hamiltoniene distincte există într-un graf K_n complet neorientat cu n noduri.

Soluție:

Subiectul IV

- a) Într-un graf complet cu 4 noduri neorientat sunt 3 circuite hamiltoniene:



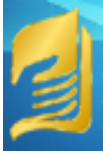
..... 2 p

- b) Algoritmul de calcul al numărului de circuite hamiltoniene distincte dintr-un graf K_n complet neorientat cu n noduri este următorul:

Pasul 1. Se observă că într-un graf complet orientat cu n noduri, numărul circuitelor hamiltoniene este $n!$ (cele n noduri se pot parcurge în P_n moduri distincte) 2 p

Pasul 2. Se observă că într-un graf complet neorientat cu n noduri, coincid acele circuite hamiltoniene care au aceeași configurație, iar ordinea nodurilor este fie în sens trigonometric, fie în sens invers trigonometric (de exemplu, 1-2-3-4-1 coincide cu 1-4-3-2-1), deci numărul circuitelor hamiltoniene se reduce la jumătate, devenind $n!/2$ 1 p

Pasul 3. Se observă că într-un graf complet neorientat cu n noduri, coincid acele circuite hamiltoniene care au aceeași configurație, iar ordinea nodurilor este păstrată, alegându-se ca extremitate a ciclului, oricare dintre nodurile circuitului (de exemplu, 1-2-3-4-1 coincide cu 2-3-4-1-2; 3-4-1-2-3; 4-3-2-1-4), deci numărul circuitelor hamiltoniene se micșorează de n ori, devenind $(n-1)!/2$ 2 p



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015

Profil filologie / științe sociale



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE CLASA A XII-A

1. Se consideră mulțimea $\mathcal{M} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$
- a) Demonstrați că dacă $A, B \in \mathcal{M}$, atunci $A + B \in \mathcal{M}$ și $A \cdot B \in \mathcal{M}$
- b) Determinați matricea $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$ cu proprietatea ca $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$
- c) Determinați matricea $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$ astfel încât: $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$

Soluție:

- a) $A + B = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c & d \\ 0 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c & b+d \\ 0 & a+c \end{pmatrix} \in \mathcal{M}$ 1p
- $A \cdot B = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & d \\ 0 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac & ad+bc \\ 0 & ac \end{pmatrix} \in \mathcal{M}$ 2p
- b) $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 2a+b \\ 0 & a \end{pmatrix} = I_2 \Rightarrow a = 1, b = -2$ 2p
- c) $A^2 = \begin{pmatrix} a^2 & 2ab \\ 0 & a^2 \end{pmatrix}; A^3 = \begin{pmatrix} a^3 & 3a^2b \\ 0 & a^3 \end{pmatrix}; A^4 = \begin{pmatrix} a^4 & 4a^3b \\ 0 & a^4 \end{pmatrix}; \dots; A^n = \begin{pmatrix} a^n & na^{n-1}b \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$ (inducție matematică) 1p
- Dacă n este număr par, atunci $a = 1, b = \frac{2}{n}$ sau $a = -1, b = -\frac{2}{n}$ iar dacă n este impar atunci $a = 1$ și $b = \frac{2}{n}$ 1p

2. Pe mulțimea $G = (1, \infty)$ se definește legea de compoziție $*: G \rightarrow G$, dată de $x * y = xy - x - y + 2, (\forall) x, y \in G$
- a) Să se demonstreze ca legea este asociativa
- b) Să se determine elementele simetrizabile ale mulțimii G în raport cu legea $*$
- c) Să se rezolve ecuația $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{2015 \text{ ori}} = 2$

Soluție:

- a) $(x * y) * z = x * (y * z) = xyz - xy - yz - xz + x + y + z, (\forall) x, y, z \in G$ 2p
- b) $x * e = e * x = x \Rightarrow e(x-1) = 2(x-1), (\forall) x \in G \Rightarrow e = 2 \in (1, \infty)$ 1p

$$x * x' = 2 \Rightarrow xx' - x - x' = 0 \Rightarrow x' = \frac{x}{x-1} \in (1, \infty) \dots\dots\dots 2p$$

c) $x * y = (x-1)(y-1) + 1 \Rightarrow x * x = (x-1)^2 + 1$

$$\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{2015 \text{ ori}} = (x-1)^{2015} + 1 = 2 \Rightarrow (x-1)^{2015} = 1 \Rightarrow x = 2 \dots\dots\dots 2p$$

3. Un stadion are o capacitate de 900 locuri. La un spectacol s-au vândut toate biletele. Un bilet pentru copii costa 20 lei, pentru elevi 30 lei și pentru adulți 40 lei. Se știe că numărul adulților a fost jumătate din numărul copiilor și elevilor la un loc, iar la spectacol s-au încasat 27000 lei. Determinați numărul de spectatorilor din fiecare categorie.

Soluție:

Fie x , numărul copiilor, y numărul elevilor și z numărul adulților 1p

Avem:

$$\begin{cases} x + y + z = 900 \\ 20x + 30y + 40z = 27000 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 900 \\ 2x + 3y + 4z = 2700 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases} \dots\dots\dots 1p$$

Cu regula lui Cramer avem:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -3 \dots\dots\dots 1p$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 900 & 1 & 1 \\ 2700 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -900 \dots\dots\dots 1p$$

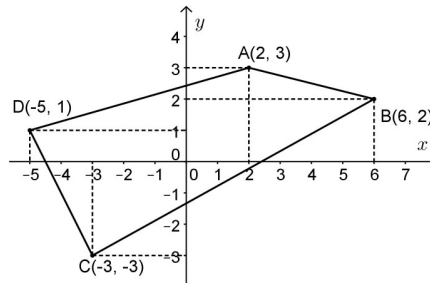
$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 900 & 1 \\ 2 & 2700 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -900 \dots\dots\dots 1p$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 900 \\ 2 & 3 & 2700 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -900 \dots\dots\dots 1p$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 300; y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = 300; z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = 300 \dots\dots\dots 1p$$

4. O picătură de apă ia forma unui patrulater $ABCD$ cu $A(2, 3)$, $B(6, 2)$, $C(-3, -3)$, $D(-5, 1)$. Aflați aria acesteia. Dacă picătura ar lua forma unui pătrat, cu aceeași arie, cât ar fi latura pătratului ?

Soluție:



$$A_{ABCD} = A_{ABD} + A_{BCD} \dots\dots\dots 1p$$

$$A_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \text{mod} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \\ -5 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{15}{2} \dots\dots\dots 2p$$

$$A_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot \text{mod} \begin{vmatrix} 6 & 2 & 1 \\ -3 & -3 & 1 \\ -5 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 23 \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{15}{2} + 23 = \frac{61}{2} = 30,5 \dots\dots\dots 1p$$

$$L = \sqrt{30,5} \approx 5,52268 \dots\dots\dots 1p$$

(Orice alta metoda corecta folosita pentru aflarea ariei 7p)